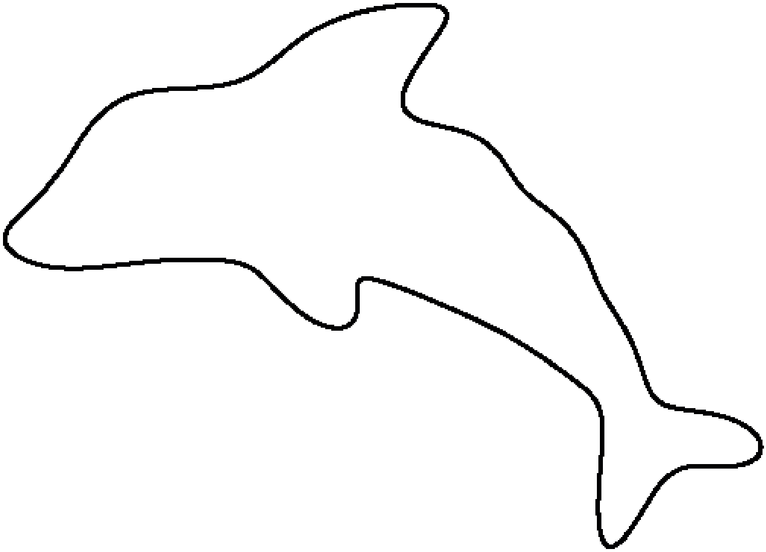
[MACI$_{\text{E}}$RZATOR53]

Miesięcznik redagowany przez Koło Naukowe Matematyków Uniwersytetu Śląskiego



$$
\begin{aligned}
x(t) = &-\frac{9}{8}\sin\left(\frac{9}{7}-\frac{2199t}{25}\right)-\frac{35}{8}\sin\left(\frac{1}{6}-\frac{509t}{9}\right)-\frac{67}{12}\sin\left(\frac{2}{7}-\frac{1891t}{43}\right)-\frac{51}{4}\sin\left(\frac{1}{10}-\frac{201t}{8}\right)-\frac{177}{8}\sin\left(\frac{2}{7}-\frac{88t}{7}\right)+\frac{783}{5}\sin\left(\frac{44t}{7}+\frac{15}{7}\right)+\\
&+\frac{197}{7}\sin\left(\frac{132t}{7}+\frac{16}{5}\right)+\frac{157}{15}\sin\left(\frac{377t}{12}+\frac{17}{4}\right)+\frac{87}{10}\sin\left(\frac{377t}{10}+\frac{50}{11}\right)+\frac{15}{8}\sin\left(\frac{553t}{11}+\frac{11}{3}\right)+\frac{13}{6}\sin\left(\frac{377t}{6}+\frac{14}{15}\right)+\frac{25}{7}\sin\left(\frac{553t}{8}+\frac{31}{9}\right)+\\
&+\frac{9}{8}\sin\left(\frac{377t}{5}+\frac{13}{10}\right)+\frac{73}{24}\sin\left(\frac{1307t}{16}+\frac{27}{11}\right)+\frac{10}{9}\sin\left(\frac{377t}{4}+\frac{35}{8}\right)\\
y(t) = &-\frac{25}{17}\sin\left(\frac{1}{3}-\frac{377t}{4}\right)-\frac{29}{12}\sin\left(\frac{23}{17}-\frac{553t}{8}\right)-\frac{101}{16}\sin\left(\frac{3}{7}-\frac{1891t}{43}\right)-\frac{218}{31}\sin\left(\frac{20}{21}-\frac{201t}{8}\right)-\frac{321}{8}\sin\left(\frac{2}{9}-\frac{88t}{7}\right)+\frac{504}{5}\sin\left(\frac{44t}{7}+\frac{9}{2}\right)+\\
&+\frac{99}{7}\sin\left(\frac{132t}{7}+\frac{35}{8}\right)+\frac{27}{4}\sin\left(\frac{377t}{12}+\frac{19}{5}\right)+4\sin\left(\frac{377t}{10}+4\right)+\frac{13}{2}\sin\left(\frac{553t}{11}+\frac{29}{7}\right)+\frac{9}{4}\sin\left(\frac{509t}{9}+\frac{23}{5}\right)+\frac{37}{18}\sin\left(\frac{377t}{6}+\frac{35}{13}\right)+\\
&+\frac{21}{8}\sin\left(\frac{377t}{5}+\frac{31}{7}\right)+\frac{13}{8}\sin\left(\frac{1307t}{16}+\frac{85}{19}\right)+\frac{5}{3}\sin\left(\frac{2023t}{23}+\frac{46}{11}\right)
\end{aligned}
$$

Witamy w lutowym numerze [MACI$_{\text{E}}$RZATORa]!

Jak otrzymać obrazy na podstawie równań i vice versa? O tym opowiemy w artykule o deskryptorach Fouriera, który otwiera niniejsze wydanie naszego miesięcznika. Piszemy również o Short Track Master's Programme, w ramach którego można ostatni rok studiów spędzić w Amsterdamie (warto!) oraz recenzujemy jedną z najpopularniejszych pozycji opowiadających o matematyce ostatnich kilku lat. Zachęcamy także do wzięcia udziału w zbliżającej się wielkimi krokami siódmej już edycji Święta Liczby Π.

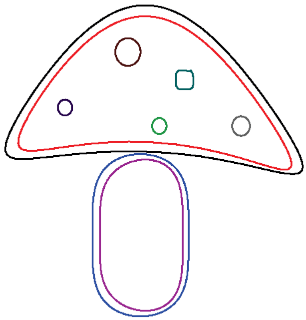
Przyjemnej lektury życzy redakcja

ISSN 2083-9774

[Deskryptory Fouriera]

Tematem dzisiejszego artykułu będzie otrzymywanie obrazów na podstawie równań i vice versa. Zaczniemy od czegoś prostego – „rysowania” kształtów wzorami. Niektóre z interesujących kształtów są powszechnie znane – zbiorczo przedstawia wybrane z nich tabelka umieszona na końcu artykułu.

Jeżeli danych jest n krzywych opisanych pewnym równaniem w kartezjańskim układzie współrzędnym (tj. $f_k(x,y) = 0$ dla $k \in \{1, \dots, n\}$), to możemy je połączyć w jeden obraz, mnożąc poszczególne równania tych krzywych: $\prod_{k=1}^{n} f_k(x,y) = 0$.



$$\left(\left(x+\tfrac{1}{4}\right)^2 + (y-3)^2 - \tfrac{1}{16}\right)\left(\left(x-\tfrac{7}{8}\right)^4 + \left(y-\tfrac{5}{2}\right)^4 - \tfrac{1}{1024}\right)$$
$$\left(\left(x+\tfrac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 - \tfrac{1}{48}\right)\left((x-2)^2 + \left(y-\tfrac{5}{3}\right)^2 - \tfrac{1}{32}\right)$$
$$\left(\left(x-\tfrac{3}{8}\right)^2 + \left(y-\tfrac{5}{3}\right)^2 - \tfrac{1}{48}\right)\left(4x^2 + \tfrac{4}{5}\left(y+\tfrac{3}{10}\right)^4 - \tfrac{11}{3}\right)$$
$$\left(\left(14-x^2\right)y^2 - \left(x^2+8y-16\right)^2 - (x-y)^2\right)$$
$$\left(4\left(x-\cos\left(\tfrac{x}{2}\right)+\tfrac{9}{10}\right)^2 + \tfrac{4}{5}\left(y+\tfrac{3}{10}\right)^4 - \tfrac{11}{4}\right)$$
$$\left(\left(18-x^2\right)y^2 - \left(\tfrac{4x^2}{5} + \tfrac{79}{10}y - \tfrac{29}{2}\right)^2 - (x-y)^2\right) = 0$$

Rysunek 1: Muchomorek

Jeżeli oznaczymy zbiór wszystkich tych punktów spełniających równanie $f_k(x,y) = 0$ jako $A_k = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon f_k(x,y) = 0\}$, to nietrudno się przekonać, iż zachodzi następująca zależność:

$$A = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon \prod_{k=1}^{n} f_k(x,y) = 0 \right\} = \bigcup_{k=1}^{n} A_k$$

Tym sposobem da się uzyskać bardziej złożone kształy, które notabene złożone są z pojedynczych „bloczków” f_k. Niestety, ułożenie niebanalnej figury jest bardzo pracochłonne i w oczywisty sposób przekłada się również na złożoność samych formuł.

Nie musimy się ograniczać do krzywych – możemy przejść do wyższego wymiaru, jednakże należy mieć na uwadze, iż uzyskanie „rozsądnych” powierzchni jest znacznie trudniejsze. Jednym z takich „ładnych” trójwymiarowych kształtów jest serce (pierwotnie uzyskane przez Taubina, patrz: [3]).

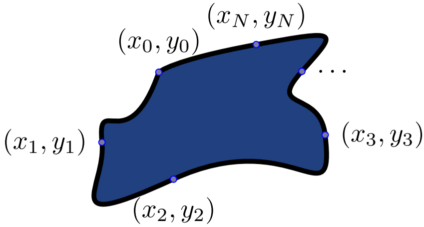
Przejdźmy jednak do czegoś bardziej zaawansowanego – zapowiadanych w temacie *deskryptorów Fouriera* (oryginalna nazwa: `Fourier Descriptors`). Jest to technika opisywania krzywej, która korzysta, jak nietrudno zgadnąć, z dobrodziejstw transformaty Fouriera. Dzięki niej można otrzymać[1] przeróżne kształty na podstawie obrazów, porównywać je i klasyfikować, o czym przekonamy się za moment.

Niech dana będzie krzywa zamknięta na płaszczyźnie z wybranymi N punktami na tej krzywej postaci (x_m, y_m). Możemy dla $m \in \{0, \ldots, N-1\}$ zapisać współrzędne tych punktów w postaci zespolonej, tj. $z_m = x_m + iy_m$, a następnie przeprowadzić dyskretną transformację Fouriera:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right), \quad k \in \{0, \ldots, N-1\}$$

Współczynniki a_k są niczym innym jak deskryptorymi Fouriera. Zawierają one najistotniejsze informacje o krzywej i pozwalają ją odtworzyć z pewną dokładnością, zależną od ilości tych punktów. Całość możemy zapisać w sposób bardziej kompaktowy ($k \in \{0, \ldots, N-1\}$):

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} x_0 + iy_0 \\ \vdots \\ x_N + iy_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{U}_m \exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right)$$



Rysunek 2: Krzywa wraz z wybranymi uporządkowanymi punktami.

[1] Oczywiście, wspomagając się komputerem do obliczeń.

Mając w ten sposób zakodowany kształt, możemy go odtworzyć. Załóżmy, że dane jest N (dla uproszczenia załóżmy, że jest ono parzyste) oraz wektor $\mathbf{F}$. Wtedy zachodzi związek:

$$\mathbf{U}_k^* = \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{F}_k \exp\left(\frac{2\pi imk}{N}\right) \qquad k \in \{0, \ldots, N-1\}$$

co pozwala odwtorzyć „zaszyfrowane” punkty na podstawie odwracalności transformaty Fouriera. Oczywiście zawsze możemy je interpolować, uzyskując równania parametryczne. Niech:

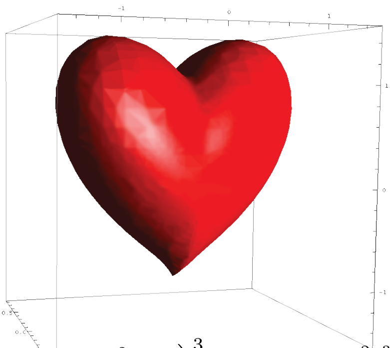
$$\mathbf{V}_k^{\mathrm{Re}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{m=0}^{N-1} \mathrm{Re}\left(\mathbf{U}_k^*\right) \exp\left(\frac{2\pi imk}{N}\right),$$

$$\mathbf{V}_k^{\mathrm{Im}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{m=0}^{N-1} \mathrm{Im}\left(\mathbf{U}_k^*\right) \exp\left(\frac{2\pi imk}{N}\right)$$

dla $k \in \left\{0, \ldots, \frac{N}{2} - 1\right\}$. Wtedy dla $t \in [0, 1]$ uzyskujemy:

$$x(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \left|\mathbf{V}_k^{\mathrm{Re}}\right| \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arg\left(\mathbf{V}_k^{\mathrm{Re}}\right) + 2\pi kt\right)$$

$$y(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \left|\mathbf{V}_k^{\mathrm{Im}}\right| \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arg\left(\mathbf{V}_k^{\mathrm{Im}}\right) + 2\pi kt\right)$$



$$\left(x^2 + 4y^2 + \frac{9z^2}{10} - 1\right)^3 - 2x^2z^3 - \frac{9y^2z^3}{100} = 0$$

Rysunek 3: Walentynkowe serce jako wykres równania.

Opis krzywej w tej technice pozwala uniezależnić zadany kształt od położenia początkowego, wielkości oraz obrotu, co jest nieocenioną zaletą przy porównywaniu obiektów. Przyjmijmy, iż mamy zbiór N punktów pewnej krzywej (x_m, y_m) dla $m \in \{0, \ldots, N-1\}$ oraz pewien wektor $z_0 = x_0 + iy_0$. Wówczas deskryptory Fouriera dla punktów $\hat{z}_m = z_m + z_0$, $k \in \{0, \ldots, N-1\}$ przedstawiają się następująco:

$$
\begin{aligned}
\hat{a}_k = & \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}(z_m + z_0)\exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right) = \\
= & \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right) + \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_0 \exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right) = \\
& = a_k + z_0\delta_0(k)
\end{aligned}
$$

gdzie $\delta_0(k)$ jest deltą Kroneckera i wyraża się wzorem:

$$
\delta_0(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}
$$

Stąd widać, że przesunięcie wpływa tylko na pierwszy składnik i przez to daje się łatwo wyizolować. Całkiem analogicznie można wykazać, że podobnie sprawa się ma dla skalowania. Niech przy poprzednich oznaczeniach zachodzi $\hat{z}_m = Lz_m$, gdzie $L \in \mathbb{R}^+$ jest pewnym skalarem. Wówczas:

$$
\hat{a}_k = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} Lz_m \exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right) = L \cdot \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right) = L \cdot a_k
$$

Niech $\Sigma\mathbf{F} = \sum_{k=0}^{N-1} |\mathbf{F}_k|$. Nietrudno zauważyć, iż $\frac{\mathbf{F}}{\Sigma\mathbf{F}} = \frac{\hat{\mathbf{F}}}{\Sigma\hat{\mathbf{F}}}$, gdzie $\hat{\mathbf{F}}$ jest wektorem takim, że $\hat{\mathbf{F}}_k = La_k$.

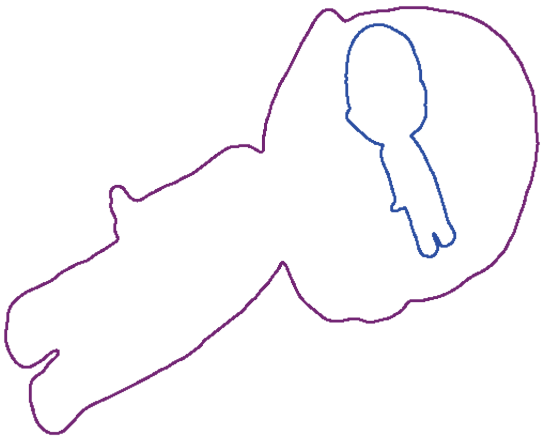
Jeżeli natomiast punkty $\hat{z}_m$ powstają poprzez obrót o pewien kąt φ, tj. $\hat{z}_m = z_m \exp(i\varphi)$, to zachodzi:

$$
\begin{aligned}
\hat{a}_k = & \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp(i\varphi)\exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right) = \\
& = \exp(i\varphi) \cdot \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp\left(\frac{-2\pi imk}{N}\right) = a_k \exp(i\varphi)
\end{aligned}
$$

W takiej sytuacji $\left|\hat{\mathbf{F}}\right| = |\mathbf{F}|$, przy czym $|\mathbf{F}|$ rozumieć należy jako wektor modułów $\mathbf{F}$. Także i wybór punktu początkowego można wyizolować. Niech tym razem $\hat{z}_m = z_{(m+m_0) \bmod N}$ dla pewnego $m_0 \in \mathbb{N}$. Wtedy:

$$
\begin{aligned}
\hat{a}_k = & \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_{(m+m_0) \bmod N} \exp\left(\frac{-2\pi i m k}{N}\right) = \\
= & \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp\left(\frac{-2\pi i (m-m_0) k}{N}\right) = \\
= & \exp\left(\frac{2\pi i m_0 k}{N}\right) \cdot \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} z_m \exp\left(\frac{-2\pi i m k}{N}\right) = \\
= & a_k \exp\left(\frac{2\pi i m_0 k}{N}\right)
\end{aligned}
$$

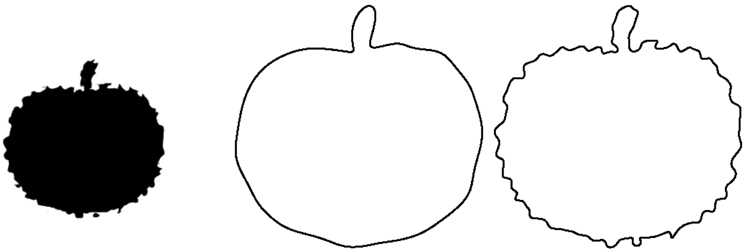
Poniższy przykład ilustruje geometryczną inwariantność deskryptorów Fouriera.



$$
|\mathbf{F}| = \begin{bmatrix}
0.015625 & 20.2656 & 3.64967 & 0.801854 & 1.14944 & 0.587911 & 1.05073 & 0.903188 \\
0.881551 & 0.335327 & 0.27584 & 0.081614 & 0.165136 & 0.256206 & 0.223618 & 0.299023 \\
0.0827184 & 0.145992 & 0.113762 & 0.0688298 & 0.165528 & 0.211994 & 0.0718334 & 0.0162136 \\
0.108418 & 0.0793925 & 0.0621894 & 0.019247 & 0.0963336 & 0.10009 & 0.0724343 & 0.0825677 \\
0.0326032 & 0.0631587 & 0.0524447 & 0.0455349 & 0.103563 & 0.0833434 & 0.0866592 & 0.163334 \\
0.192097 & 0.131643 & 0.102708 & 0.0222846 & 0.0648814 & 0.0157409 & 0.0844855 & 0.139655 \\
0.306628 & 0.415934 & 0.381918 & 0.515266 & 0.422825 & 0.442802 & 0.97132 & 1.05217 \\
0.834733 & 0.522024 & 1.11118 & 1.59753 & 0.755246 & 6.73787 & 4.07791 & 44.6923
\end{bmatrix}
$$

Rysunek 4: Dwa obiekty transformowane afinicznie o identycznych znormalizowanych deskryptorach Fouriera ($N = 64$).

Poza oczywistymi walorami w technice porównywania obrazu, możemy wykorzystać deskryptory Fouriera do wygładzania chropowatych krzywych poprzez obniżanie ilości węzłów (N):



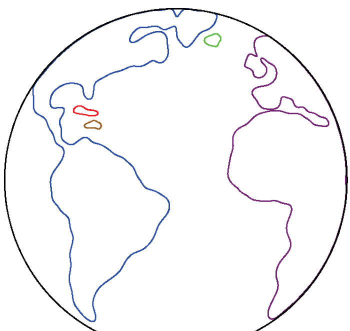
Oryginalny obraz | 16 deskryptorów | 64 deskryptory

Rysunek 5: Przykład odzyskiwania obrazu poprzez zmniejszenie ilości węzłów.

Wróćmy jednak do odzyskiwania wzorów na podstawie krzywej. Do tej pory analizowaliśmy pojedyncze krzywe zamknięte, jednakże nie sposób klasycznie ująć jedną formułą kilku kształtów nałożonych na jednym obszarze. By móc to ucznić, należy posłużyć się *funkcją skoku Heaviside'a*:

$$\mathbf{1}(x) = \begin{cases} 0 \text{ dla } x < 0 \\ 1 \text{ dla } x \geq 0 \end{cases}$$

która pozwala scalać warstwy opisywane osobnymi równaniami parametrycznymi, co pokazuje poniższy obraz[2] z wyróżnionymi warstwami.

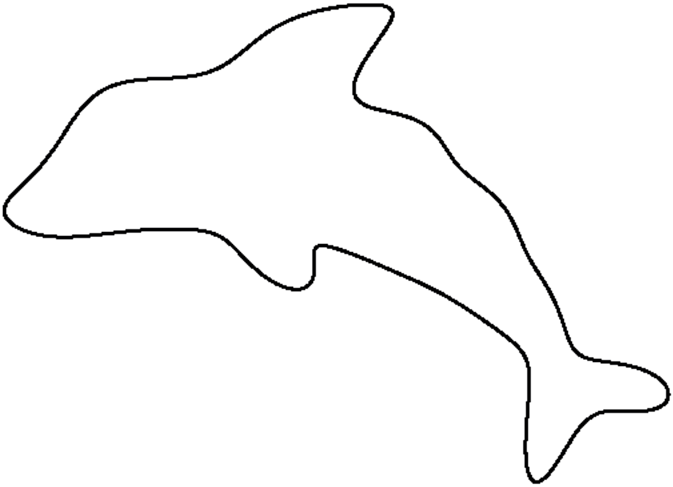


Rysunek 6: Wykres krzywej wielowarstwowej.

[2]Niestety, wzór tej krzywej jest zbyt obszerny, by go w całości przedstawić.

Nie jest to oczywiście wszystko, co można osiągnąć, manipulując odpowiednio deskryptorami Fouriera. Zainteresowanych poszerzeniem wiedzy na ten temat odsyłam do literatury [1] oraz teoretycznych podstaw `Fourier Descriptors` [2].

Na koniec, przedstawiam *Matematycznego Delfinka* wraz z kompletnym wzorem parametrycznym.



$$x(t) =$$

$$-\frac{9}{8}\sin\left(\frac{9}{7}-\frac{2199t}{25}\right)-\frac{35}{8}\sin\left(\frac{1}{6}-\frac{509t}{9}\right)-\frac{67}{12}\sin\left(\frac{2}{7}-\frac{1891t}{43}\right)-$$
$$\frac{51}{4}\sin\left(\frac{1}{10}-\frac{201t}{8}\right)-\frac{177}{8}\sin\left(\frac{2}{7}-\frac{88t}{7}\right)+\frac{783}{5}\sin\left(\frac{44t}{7}+\frac{15}{7}\right)+$$
$$\frac{197}{7}\sin\left(\frac{132t}{7}+\frac{16}{5}\right)+\frac{157}{15}\sin\left(\frac{377t}{12}+\frac{17}{4}\right)+\frac{87}{10}\sin\left(\frac{377t}{10}+\frac{50}{11}\right)+$$
$$\frac{15}{8}\sin\left(\frac{553t}{11}+\frac{11}{3}\right)+\frac{13}{6}\sin\left(\frac{377t}{6}+\frac{14}{15}\right)+\frac{25}{7}\sin\left(\frac{553t}{8}+\frac{31}{9}\right)+$$
$$\frac{9}{8}\sin\left(\frac{377t}{5}+\frac{13}{10}\right)+\frac{73}{24}\sin\left(\frac{1307t}{16}+\frac{27}{11}\right)+\frac{10}{9}\sin\left(\frac{377t}{4}+\frac{35}{8}\right)$$

$$y(t) =$$

$$-\frac{25}{17}\sin\left(\frac{1}{3}-\frac{377t}{4}\right)-\frac{29}{12}\sin\left(\frac{23}{17}-\frac{553t}{8}\right)-\frac{101}{16}\sin\left(\frac{3}{7}-\frac{1891t}{43}\right)-$$
$$\frac{218}{31}\sin\left(\frac{20}{21}-\frac{201t}{8}\right)-\frac{321}{8}\sin\left(\frac{2}{9}-\frac{88t}{7}\right)+\frac{504}{5}\sin\left(\frac{44t}{7}+\frac{9}{2}\right)+$$
$$\frac{99}{7}\sin\left(\frac{132t}{7}+\frac{35}{8}\right)+\frac{27}{4}\sin\left(\frac{377t}{12}+\frac{19}{5}\right)+4\sin\left(\frac{377t}{10}+4\right)+$$
$$\frac{13}{2}\sin\left(\frac{553t}{11}+\frac{29}{7}\right)+\frac{9}{4}\sin\left(\frac{509t}{9}+\frac{23}{5}\right)+\frac{37}{18}\sin\left(\frac{377t}{6}+\frac{35}{13}\right)+$$
$$\frac{21}{8}\sin\left(\frac{377t}{5}+\frac{31}{7}\right)+\frac{13}{8}\sin\left(\frac{1307t}{16}+\frac{85}{19}\right)+\frac{5}{3}\sin\left(\frac{2023t}{23}+\frac{46}{11}\right)$$

Rysunek 7: Matematyczny delfinek.

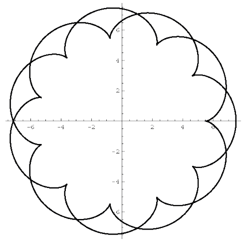
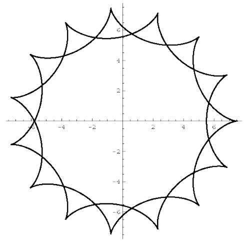
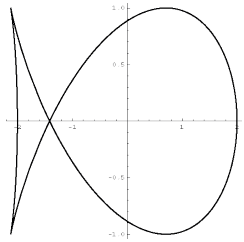
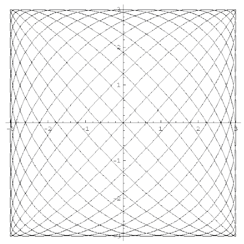
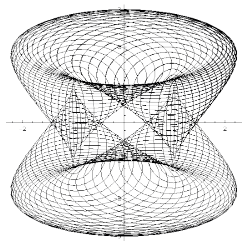
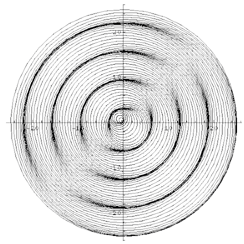
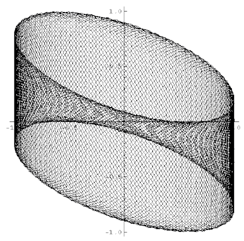
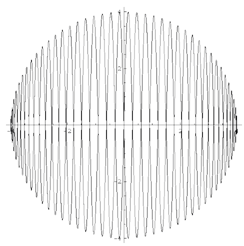
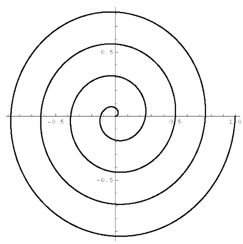
Epicykloida	Hipocykloida	Ryba
		
$\begin{cases} x(t) = (R+r)\cos(t) - r\cos\left(\frac{R+r}{r}t\right) \\ y(t) = (R+r)\sin(t) - r\sin\left(\frac{R+r}{r}t\right) \end{cases}$	$\begin{cases} x(t) = (R-r)\cos(t) + r\cos\left(\frac{R-r}{r}t\right) \\ y(t) = (R-r)\sin(t) - r\sin\left(\frac{R-r}{r}t\right) \end{cases}$	$\begin{cases} x(t) = a\cos(t) - \frac{a\sin^2(t)}{\sqrt{2}} \\ y(t) = a\cos(t)\sin(t) \end{cases}$
Krzywa Lissajous	**?**	**Tafla jeziora**
		
$\begin{cases} x(t) = A\sin(at+\delta) \\ y(t) = B\sin(bt) \end{cases}$	$\begin{cases} x(t) = \cos(t) - 2\sin(t)\cos(80t) \\ y(t) = 2\sin(t) - \sin(80t) \end{cases}$ $t \in [0, 2\pi]$	$\begin{cases} x(t) = t\cos(20t) - \sin(t)) \\ y(t) = \sin(t) - t\sin(20t) \end{cases}$ $t \in [0, 8\pi]$
Wariacja krzywej Lissajous	**Koło harmoniczne**	**Spirala Archmidesa**
		
$\begin{cases} x(t) = \sin\left(\frac{65t}{64}\right) \\ y(t) = \cos(t)\cos\left(\frac{129t}{64} + \frac{\pi}{5}\right) \end{cases}$ $t \in [0, 128\pi]$	$\begin{cases} x(t) = 4\cos\left(\pi + \frac{t}{2}\right) \\ y(t) = 2\sin(21t) - 2\sin(20t) \end{cases}$ $t \in [0, 4\pi]$	$r(t) = at$

Tabela 1: Wzory wybranych krzywych, część pierwsza.

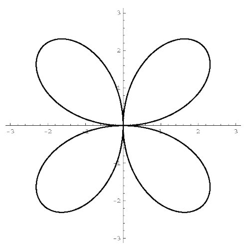
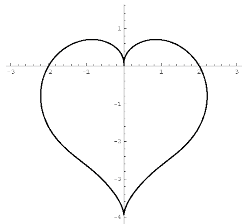
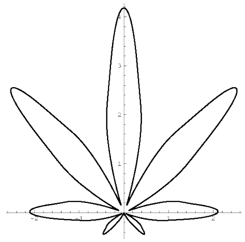
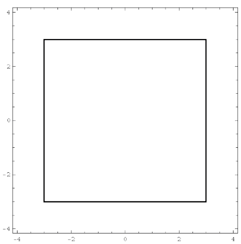
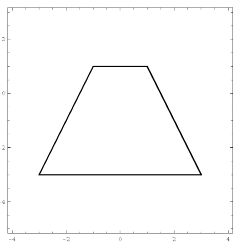
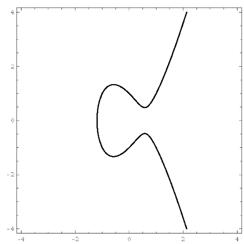
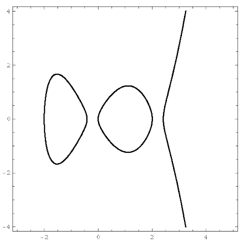
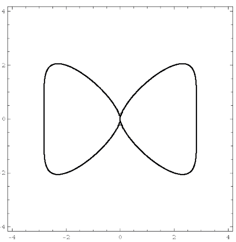
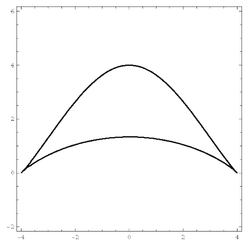
Czterolistna koniczyna	**Serce**	**Liść**
		
$r(t) = a\cos(4t)$	$r(t) = \sqrt{\frac{1}{\frac{6\sin(t)}{5}+\frac{7}{5}}}\sin(t)\sqrt{\lvert\cos(t)\rvert} - 2\sin(t) + 2$	$r(t) = (\sin(t)+1)\left(\frac{9}{10}\cos(8t)+1\right)\left(\frac{1}{10}\cos(24t)+1\right)$
Kwadrat	**Trapez równoramienny**	**Krzywa eliptyczna**
		
$\lvert x-y\rvert + \lvert x+y\rvert = a$	$\lvert x-y\rvert + \lvert x+y\rvert + \lvert ay+b\rvert = c$ $ac \geqslant 2b$	$y^2 = x^3 + ax + b$
Krzywa hipereliptyczna	**Kokarda**	**Bikorn**
		
$y^2 = f(x)$, $f(x)$ jest wielomianem stopnia > 4 z n różnymi pierwiastkami	$x^6 + y^6 - ax^4 = b$	$y^2(a^2 - x^2) = (x^2 + 2ay - a^2)^2$

Tabela 2: Wzory wybranych krzywych, część druga.

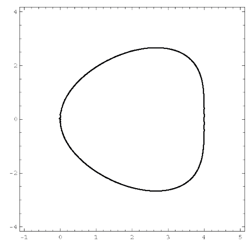
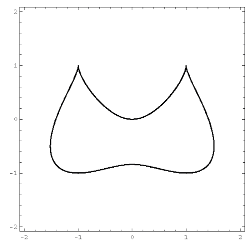
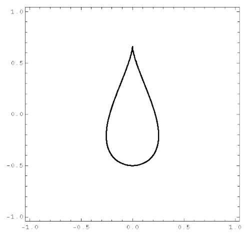
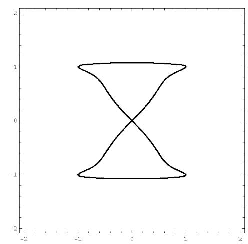
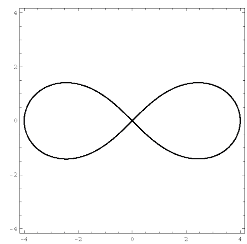
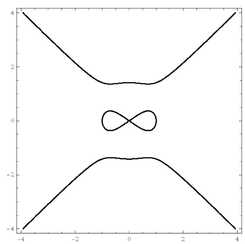
Orzeszek	Ząb	Łza
		
$(x-a)x^3+b(x-a)xy^2+y^4=0$	$(y^2-a)(y-a)^2+b(x^2-1)^2=0$	$\left(\frac{x}{a}\right)^2-\left(\frac{2b-1}{2}-y\right)^3\left(\frac{2c-1}{2}+y\right)$
Klepsydra	**Lemniskata**	**Diabelska krzywa**
		
$(y^{12}-1)^2(y^2+x^2)+2x^4=2y^2$	$(x^2+y^2)^2=a^2(x^2-y^2)$	$y^2(y^2-a^2)=x^2(x^2-b^2)$

Tabela 3: Wzory wybranych krzywych, część trzecia.

[Literatura]

[1] Bernd Jähne, *Digital Image Processing*. Berlin, 2005.

[2] C.T. Zahn, R.Z. Roskies, *Fourier descriptors for plane close curves*, IEEE Trans. Computers, Vol C-21, March 1972, pp. 269-281.

[3] Gabriel Taubin, *An Accurate Algorithm for Rasterizing Algebraic Curves And Surfaces*, IEEE Comput. Graphics Appl. 14, 14-23, 1994.

Mateusz Szymański

[Short Track Master's Programme — z czym to się je?]

Jechać? Nie jechać? Jedną z bardzo ciekawych możliwości, jaką dają studia w Instytucie Matematyki UŚ, jest oferta skierowana do studentów II stopnia, którzy mogą ostatni rok studiów spędzić w Amsterdamie, na tamtejszym Vrije Universiteit. Nie jest to to samo, co Erasmus – zaryzykowałabym stwierdzenie, że to rozwiązanie ciekawsze, ponieważ kończy się uzyskaniem dyplomu magisterskiego obu uczelni: UŚ i VU w Amsterdamie. Na uczestników czekają atrakcyjne dofinansowania (ok. 5500 Euro), świetne warunki studiowania i możliwość spędzenia roku w przepięknej Holandii.

Decyzję o wyjeździe trzeba oczywiście podjąć sporo wcześniej. Rozmowa kwalifikacyjna w Instytucie Matematyki UŚ odbywa się zazwyczaj w lutym, a do Holandii wyrusza się już w sierpniu. Zdając sobie sprawę z tego, że taka decyzja wymaga głębszego namysłu, postanowiliśmy już teraz, na rok przed kolejnym postępowaniem rekrutacyjnym, zachęcić do uczestniczenia w programie studentów, którzy obecnie studiują jeszcze na studiach I stopnia. Naszym zdaniem zdecydowanie warto wybrać się na rok do Holandii, i do tego goraco zachęcamy - także niniejszym artykułem.

Jak jest w Amsterdamie? O tym opowie w niniejszym artykule jedna z osób, które skorzystały z tej możliwości. (*red.*)

Po raz kolejny Uniwersytet Śląski oferuje studentom I roku studiów magisterskich możliwość wyjazdu do Amsterdamu na ostatni rok studiów, który to rok (jeśli wszystko dobrze pójdzie) zostanie zwieńczony otrzymaniem podwójnego dyplomu magistra – z Uniwersytetu Śląskiego oraz z Vrije Universiteit Amsterdam. Oczywiście, decyzja o wyjeździe na tak długo jest decyzją sporą, naturalne są wszelkiego rodzaju obawy „Czy ja sobie poradzę?", oraz, oczywiście, dręczy nas pytanie „A czy w ogóle warto?" W dzisiejszym reportażu Niewinny Rosomak, amsterdamski weteran, opowie nam, czego w Amsterdamie się nauczył, czego nie, czy warto tam pojechać, jakie są okazje i czego należy się wystrzegać.

Zacznijmy przede wszystkim od tego, że Rosomak ów weteranem nie jest absolutnie jedynym. Co najmniej czworo członków Koła (byłych, albowiem skończyli już oni studia) przetrwało rok w Amsterdamie, zdobyli swe podwójne dyplomy, przeżyli i w ogóle szczęśliwie hasają po świecie. Zatem uzyskanie stypendium w Amsterdamie nie jest absolutnie wyczynem, którego dokonała jedna osoba w historii, i argument, by do Amsterdamu nie aplikować „A bo to na pewno nie mój poziom" odpada natychmiastowo i z definicji. Jestem pewien że wielu studentów o tym programie słyszało i zrezygnowało z aplikacji ze względu na jakąś kwestię zbyt niskiej samooceny czy czegoś w tym rodzaju – absolutnie rozumować w ten sposób nie należy! Aplikacja nie zabiera wiele czasu, koszty administracyjne są w znakomitej większości zwracane w razie gdybyśmy zrezygnowali i/lub się nie dostali, i ogólnie w całej aplikacji możemy albo zyskać wspaniałą możliwość roku za granicą, albo nic nie stracić i wyjść na zero. Zatem wartość oczekiwana aplikacji jest zdecydowanie dodatnia. Probabilistyczna dusza w (prawie) każdym z nas powinna zatem w tym momencie już rwać się do aplikowania.

Oczywiście, twierdzenie że wyjazd do Amsterdamu jest dla każdego jest tu tezą dość ryzykowną. Ustalmy zatem kilka faktów. Rok w Amsterdamie będzie rokiem wymagającym pewnej dozy samodyscypliny i umiejętności samodzielnej nauki. W Amsterdamie na wielu przedmiotach nie ma w ogóle „ćwiczeń" w takim sensie w jakim my mamy ćwiczenia tutaj. Jeżeli są zadawane zadania domowe, to na ewentualny sposób ich rozwiązania trzeba wpaść na własną rękę – potrzebne algorytmy niekoniecznie będą podane na tacy. Oznacza to w szczególności konieczność czytania większej ilości literatury matematycznej niż moglibyśmy być do tego przyzwyczajeni – ale czyż nie na tym polegają studia magisterskie? Dodatkowo, liczba przedmiotów wymaganych do zaliczenia całego roku oscyluje w granicach 4 lub 5 (zależnie od tego, jak trudne przedmioty sobie dobierzemy, o czym dalej), plus napisanie pracy magisterskiej. Z każdego przedmiotu mamy tylko jedne zajęcia tygodniowo. Zatem w budynku uczelni będziemy spędzać zdecydowanie mniej czasu niż w Katowicach – ale ten czas trzeba odpracować na własną rękę w domu, czytając bibliografię przedmiotu et caetera. Formalizm uczelniany nie powiezie nas w srebrnej karocy do dyplomu magistra – trzeba samemu dopilnowywać terminów, dokumentów do złożenia, samemu dbać o rejestrację na przedmioty (bez wielu, wielu przypomnień ze strony uczelni i życzliwych pań z dziekanatu). Jeżeli więc uczelnia jest dla Ciebie złem koniecznym, dokumenty składasz w siódmym terminie poprzez wrzucenie ich przez okno dziekanatu i uciekanie nim pani Ania Cię zastrzeli, a swój dyplom licencjacki uzyskałeś po dziwnej aferze związanej z tajnym agentem, zaginionymi dokumentami, leguminą w sosie i hordą dziobaków, to być może Amsterdam nie jest dla Ciebie.

Dodatkowo, swoje przedmioty w Amsterdamie wybieramy sami. Poza dokończeniem przedmiotów blokowych, które trzeba będzie zaliczyć na naszym Uniwersytecie w trybie indywidualnym (warto tu podkreślić, że wykładowcy z naszego Instytutu są w tej kwestii bardzo wyrozumiali), przedmioty w Holandii są zupełnie w naszej gestii. Nasz wybór konsultujemy z naszym promotorem z Uniwersytetu Śląskiego oraz z tzw. „Master's coordinator" z Amsterdamu. W przedmiotach może więc figurować zaawansowana analiza funkcjonalna, metody statystyczne i teoria kategorii, mogą one wszystkie być z jednej dziedziny, a mogą być rozrzucone, jedne mogą być kontynuacją innych, albo wszystkie mogą być zupełnie ze sobą nie powiązane. Jest to w zupełności nasz wybór i praktycznie nie istnieje instytucja „przedmiotu obowiązkowego", który muszą wziąć wszyscy.

„Ojejku jejku, rok za granicą, ale przecież ja nie mówię w żadnym języku, uschnę na obczyźnie i dopadną mnie galopujące suchoty". Czy to właśnie sobie, drogi Czytelniku, pomyślałeś widząc amsterdamską ofertę[3]? Nie ukrywajmy, rok za granicą nie jest błahostką – oddzielenie od rodziny i znajomych może człowieka „trafić". Jednak wyjeżdżając do Amsterdamu, trafimy do studenckiego domu, w którym wszyscy są w takiej samej sytuacji jak my. Najprawdopodobniej nasz pokój będzie się znajdować na Uilenstede, studenckim kampusie VU Amsterdam, gdzie wszyscy wokół nas będą takimi samymi studentami, w większości z obcych krajów, jak my. Wspólnie będzie można przeżywać wzloty i upadki, trudy i znoje. Nawet jeżeli nasze mieszkanie okaże się znajdować poza Uilenstede, na pewno będzie ono w jednym ze studenckich domów należących do VU, zatem towarzystwo wokół nas zawsze będzie „z naszej półki". Znajomość języka? Komunikatywny angielski w zupełności wystarcza. Oczywiście w procesie aplikacyjnym niezbędny jest jakiś dokument potwierdzający nasze umiejętności – certyfikat co najmniej FCE lub TOEFL byłby tu chyba najlepszy – ale jest to bardziej formalność niż mur nie do przebycia. Na miejscu spotkamy ludzi o bardzo zróżnicowanych poziomach językowych i nikt nie wstydzi się tego, że zagadnienie siódmego conditionalu podwójnie złożonego splecionego z perfect past future continuous in the fourth dimension olaboga czik cziki bum przekracza ich możliwości gramatyczne. Jednocześnie angielski w zupełności wystarczy do przeżycia ze względu na fakt, że w Holandii po angielsku mówią prawie wszyscy. Nawet jeśli akurat trafi się nam sklepikarz po angielsku niemówiący, jest pewne że jeden z klientów sklepu, słysząc problem komunikacyjny, przybędzie nam z pomocą. Niewinny Rosomak długo nie zapomni konwersacji po angielsku z panią z warzywniaka oraz nienagannego brytyjskiego akcentu wezwanego elektryka. Holenderski, owszem, pojawia się na znakach na ulicach oraz w urzędowych pismach. Podstawowe zwroty (typu „UWAGA") można jednak łatwo wyłapać z kontekstu, a dla urzędowych pism, no cóż, istnieje Google Translate. Na szczęście pisma, które przyjdą do nas nie będą raczej wymagały szczegółowego przestudiowania – będą to głównie rzeczy natury formalnej typu „proszę podpisać że w roku tym a tym będzie Pan/Pani mieszkał/a pod tym adresem".

Jeżeli chodzi o obawy natury czysto towarzyskiej – nieco bardziej indywidualne studia oznaczają w szczególności większą swobodę w gospodarowaniu swym czasem. Przy mnogości zajęć, jakie oferuje VU Amsterdam,

[3] Niekoniecznie dokładnie w tych słowach.

kół studenckich, kółek hobbystycznych, centrum sportowego i innych stowarzyszeń wszelkiego rodzaju, oraz w świetle tego, że będziemy mieszkać z innymi podobnymi sobie studentami, prawdopodobieństwo nieznalezienia ani jednej osoby do wylania swych żalów, wypicia... herbaty i porozmawiania o matematyce dąży do zera szybciej niż [tu proszę wstawić swój ulubiony przykład szybko zmierzającego do zera ciągu]. Zwłaszcza w czasach portalów takich jak Facebook, dzięki któremu będziemy mogli regularnie otrzymywać wszelkie powiadomienia o imprezach niedaleko nas, ciekawych ofertach i okazjach itd. Z drugiej strony, indywidualne pokoje pozostawiają swój prywatny kącik, gdyby ktoś chciał po prostu wieczorem się zaszyć pod kołdrą w starym dresie, oglądając serial.

Jakie przedmioty możemy wybrać? Najprawdziwsza odpowiedź tutaj brzmi: wszystkie. VU Amsterdam jest uczelnią, owszem, specjalizującą się w zastosowaniach matematyki, statystyce et caetera, zatem na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać że program wymiany jest odpowiedni wyłącznie dla studentów matematyki finansowej. Holandia jednak posiada bardzo ciekawy program integrujący największe uczelnie w kraju, dzięki któremu studenci matematyki mogą wybierać sobie przedmioty również z tych innych uczelni, a ewentualne koszta dojazdu do np. Utrechtu czy Nijmegen są refundowane. I tak znaleźć można kurs zaawansowanej analizy funkcjonalnej, algebr operatorów, procesów stochastycznych, krzywych eliptycznych, geometrii algebraicznej, teorii sterowania, topologii... Trudno byłoby podać przykład dziedziny matematycznej, której nie dotykałby przynajmniej jeden przedmiot z listy przedmiotów dostępnych. Niezależnie od tego jaka dziedzina matematyki budzi Twoje zainteresowanie, na pewno będziesz miał okazję się w niej rozwijać w Amsterdamie.

Istotną i zawsze nieprzyjemną kwestią są oczywiście finanse. Wśród studentów tajemnicą poliszynela jest, że na wymianach pokroju Erasmusa trzeba dość sporo wyłożyć z własnej kieszeni – jak to wygląda w przypadku Amsterdamu? Nie da się ukryć, stypendium nie pokryje w stu procentach wszystkich kosztów życia, wliczając w to wyżywienie, czynsz i koszty przyjazdu do Polski np. na Święta. Jednak z porównań ze znajomymi, którzy mieli okazję wyjechać na Erasmusy, mogę z dużą pewnością powiedzieć, że Short Track Master's Programme jest pod tym względem bardziej przyjazny. Oferowane stypendium pokrywa czesne i czynsz z drobnym naddatkiem, zatem de facto jedynym co trzeba wyłożyć z własnej kieszeni są koszta życia i ewentualnych przejazdów (i kupna używanego roweru, bez którego ani rusz). Oczywiście, nic nie przeszkadza nam w podebraniu jakowejś robótki na miejscu. Dwa lata temu ruszyła inicjatywa StudentsTutors, dzięki której studenci chcący udzielać korepetycji mogliby być wyświetlani we wspólnej wyszukiwarce korepetytorów, ułatwiając szukanie tak nauczycieli, jak i uczniów – nie wiem, na ile ta inicjatywa rozwinęła się od czasu mego wyjazdu, ale na pewno warto się jej przyjrzeć.

Jako amsterdamski weteran, pozostaje mi na zakończenie podzielić się jeszcze kilkoma ogólnymi obserwacjami na temat życia w Amsterdamie. Po pierwsze, rower. Nie trzeba być genialnym kolarzem by na ulicach Amsterdamu sobie poradzić, więc jeśli ktoś się tym stresuje, to nie musi. Zdecydowanie jednak rower kupić sobie należy, i najlepiej nie jakiś znaleziony w Internecie za 40 euro – lepiej zapłacić te 20 euro więcej i zaoszczędzić na naprawach. Niestety, w Amsterdamie sporo jest ludzi sprzedających rozlatujące się graty za grosze. Ponieważ za najprostszą naprawę amsterdamscy mechanicy rowerowi liczą sobie około 20 euro właśnie, ewentualna kwota, którą byśmy zaoszczędzili, szybko znika. Oczywiście dokupić należy również łańcuch, na którym także nie należy oszczędzać. Jako pocieszenie, rower na koniec roku można z powrotem sprzedać – w zależności od naszych umiejętności targowania się i stanu roweru, być może wyjdziemy nawet na zero. Bardzo polecam stronę na Facebooku „Erasmus Amsterdam Wyn” (Wyn=Whatever You Need), na której można znaleźć w miarę bezpieczne oferty sprzedaży rowerów (i innych rzeczy), i na koniec roku zamieścić własną.

Po drugie – o czym wspominam, bo o to pytają mnie niemal wszyscy – homoseksualiści i coffee shopy. Są, istnieją, nie, nie narzucają się, wszelkiego rodzaju najgorsze stereotypy, jakie ktokolwiek mógł zasłyszeć są z gruntu fałszywe. Poza tym dwa lata temu Holandia wprowadziła obowiązek rejestracji klientów w coffee shopach i z tego, co wiem, obcokrajowcy nie mogą tam robić zakupów, więc jeśli ktoś chciałby jechać do Amsterdamu w tym celu, muszę go rozczarować.

Po trzecie, ulgi dla obcokrajowców. Polecam rozejrzeć się za tzw. „toeslagen” (dosłowne tłumaczenie: ulgi) i w razie podjęcia jakiejkolwiek pracy na miejscu za „studiefinancering”. (chyba nie muszę tłumaczyć) Nie wiem jakie są dokładnie teraz tego zasady (z tego, co wiem, zmieniają to co roku), ale osoby z organizacji studenckiej Studentify (pochodna StudentsTutors wymienionego powyżej) na pewno z ochotą odpowiedzą na wszelkie pytania jakie jakikolwiek „świeżak” mógłby mieć. W zeszłym roku tłumaczyli oni całą stronę dotyczącą toeslagen na język angielski, by uczynić ją przyjaźniejszą dla obcokrajowców – kto wie, być może już ten projekt zakończyli. Również za moich czasów Amsterdam oferował darmowe kursy języka holenderskiego dla obcokrajowców – tzw. inburgeringscursus (dosłownie coś w rodzaju „kurs obywatelstwa”); warto za tego typu projektami się rozejrzeć (w ciągu roku nauki osoba, która nie znała przed przyjazdem po holendersku ani słowa, może dojść do poziomu B1/B2, korzystając tylko z takiego kursu – co Niewinny Rosomak sprawdził osobiście (przyp. red.)).

Po czwarte, hej, rok w Amsterdamie prawdopodobnie będzie Waszym jedynym (albo jednym z niewielu) pobytów w Holandii – wykorzystajcie go w stu procentach! Warto wykorzystać tę możliwość pod względem turystycznym, jak najwięcej zwiedzić – warto tu wspomniec o możliwości kupna Muzeumkarty, która upoważnia do wejścia przez rok do chyba wszystkich państwowych muzeów w całej Holandii; dodatkowo to świetna okazja do licznych podróży rowerem. Trzymając kciuki za to, aby jak najwięcej osób z Katowic zdołało tam w przyszłym roku pojechać i aby wszyscy bawili się świetnie,

Groetjes voor allemaal en tot ziens in Amsterdam!

Niewinny Rosomak

[Opowiedzieć matematykę]

O książkach Christopha Drössera

Kiedy książka o naukach ścisłych staje się bestsellerem, budzi się we mnie pewna podejrzliwość. Co sprawia, że nagle tłumy rzucają się na książkę o matematyce czy fizyce? Jak autorowi udało się przedstawić coś, co dotyczy zagadnień dla większości osób nieznanych, a dla sporej części – niemile się kojarzących, w taki sposób, by zachęcić nie tylko do przeczytania książki, ale też jej kupienia?

Przyznam, że do książek Christopha Drössera podchodziłam początkowo dość nieufnie. Reklamowany powszechnie jako dziennikarz, który w magiczny sposób fascynuje wszystkich dokoła tak matematyką, jak fizyką, a do tego jeszcze dorzuca książkę o ciekawostkach związanych z naukami ścisłymi – hm. Dziennikarski specjalista od wszystkiego nie brzmiał dla mnie wiarygodnie; czytałam już wiele artykułów o naukach ścisłych, które pisali dziennikarze zdecydowanie bez przygotowania merytorycznego i po ich lekturze mój niepokój wydawał się być uzasadnionym. Pierwsze spotkanie z książką *Matematyka. Daj się uwieść!* rozpoczęło się więc od przyjemnego zaskoczenia – Christoph Drösser studiował matematykę i filozofię, a dziennikarzem jest, ale – naukowym, i to po wielekroć nagradzanym.

Zamysł książki jest ciekawy i zdecydowanie wyróżnia się spośród innych książek zachęcających do matematyki. Autor nie podąża ani w stronę zagadek i łamigłówek logicznych (jak np. Ian Stewart w *Gabinetach matematycznych zagadek* lub Raymond Smullyan), ani w stronę historii matematyki czy opowieści o matematyce od jej początków (co czynią w swoich książkach np. wspomniany Ian Stewart, Marcus du Sautoy, Anne Rooney czy Marek Kordos); nie próbuje też mówić o tym, że „matematyka jest ciekawa, tylko nikt Wam tego nie pokazał" (jak mało subtelny Holger Dambeck). Książkę Drossera nazwałabym interesującym zbiorem opowieści o paradoksach i złudzeniach w postrzeganiu rzeczywistości.

Matematyka. Daj się uwieść! podzielona jest na siedemnaście rozdziałów. Każdy z nich rozpoczyna historia – całkiem wiarygodna historia, należałoby dodać – dotycząca tematyki istotnej dla większości osób: szkolnictwa

wyższego, pensji, wyborów, oszczędności, planowania trasy. Scenki sytuacyjne kończą się nie tak, jak większość z nas by się spodziewała: idealny w zamierzeniu plan zdobycia fortuny w kasynie doprowadza do finansowej katastrofy, podwyżki średniej pensji w firmie nie odczuwa nikt poza jej dyrektorem, a sfabrykowane badania statystyczne obala osoba, która nie widziała niczego poza ostatecznymi wnioskami. Taka forma pokazania istnienia matematyki w życiu podoba mi się ogromnie: Drösser tłumaczy, co spowodowało konsekwencje opisane w scence, pokazuje, jak drobna nieścisłość może zmienić wynik całego ogromnego zadania. Myślę, że w pewnym sensie lektura tej książki może być dość przerażająca dla osoby, która nigdy nie spotkała się z bardziej zaawansowaną matematyką. Drösser dyskretnie, ale z ogromną mocą pokazuje, że znajomość matematyki pozwala na zobaczenie często zaskakująco dalekosiężnych konsekwencji: od uniknięcia pułapek niekorzystnych oprocentowań kont bankowych (poprzez zauważenie, że prognozowany wzrost kapitału w początkowych miesiącach a całkowity zysk jest zdecydowanie różny w przypadku wzrostu linowego a wykładniczego), poprzez wspomniane wykrycie sfałszowania badań statystycznych (poprzez, jak łatwo się domyślić, prawo Benforda), po manipulowanie rozłożeniem głosów podczas wyborów w przypadku ordynacji większościowej. Subtelnie, ale bezlitośnie autor pokazuje skutki ignorancji matematycznej. Duże wrażenie robi również przytoczenie wypowiedzi jednego z niemieckich ministrów gospodarki, który spytany o liczbę zer w liczbie miliard, nie potrafił udzielić poprawnej odpowiedzi. Zwraca uwagę także pokazanie, jak niebezpieczne jest wyrokowanie na podstawie testu DNA, który nieprawidłowo wykazuje zgodność profili DNA w „tylko" $0,001\%$. przypadków.

Jest to jedyna chyba książeczka tego typu, która adresowana jest wyraźnie do dorosłych. Świadczy o tym zarówno dobór przykładów, dla młodszych czytelników mniej frapujących i mniej realnych (jak np. kwestia średniego wynagrodzenia), ale też szereg różnych aluzji. Oczywiście nastolatka zapewe również zainteresuje obliczenie środka ciężkości puszki z piwem czy optymalnego kąta spoglądania na nogi przechodzących kobiet...

Za drobną wadę książki uważam zbyt wiele przeliczeń – można je jednak spokojnie pominąć bez szkody dla zrozumienia treści. Większym mankamentem są dość irytujące małe błędy okołomatematyczne, przez które odnosiłam wrażenie, że redaktor tekstu nie bardzo go rozumiał; niektóre sformułowania budziły wręcz mój zdecydowany wewnętrzny protest. Dziwi to w książce sygnowanej przez PWN; szkoda, że tekstu przed wydaniem nie przeczytał uważnie żaden matematyk (co wnioskuję z faktu, że wówczas zwróciłby uwagę np. na to, że *liczba e* i *funkcja* e^x nie są tym samym.

Nie dziwi mnie, że *Matematyka. Daj się uwieść!* stała się światowym bestsellerem. Jest to chyba jedyna na rynku książka o matematyce, która opiera się na przykładach skierowanych ku osobom dorosłym i dotyczących ich w codziennym życiu. Jest też napisana z talentem i wyczuciem; uczy, ale nie moralizuje. Najchętniej zadałabym obowiązkowo do przeczytania wybrane jej rozdziały wszystkich studentom kierunków niematematycznych, którzy stykają się ze statystyką. A dla tych, którym Drössera zbyt mało – polecam serdecznie *Fizykę. Daj się uwieść!* oraz *Czy to prawda, że...* tego samego autora. Warto!

[Literatura]

[1] Christoph Drösser, *Matematyka. Daj się uwieść!*, PWN, Warszawa 2011, ISBN 978-83-01-16656-4.

[2] Christoph Drösser, *Fizyka. Daj się uwieść!*, PWN, Warszawa 2011, ISBN 978-83-01-16560-4.

[3] Christoph Drösser, *Czy to prawda, że...*, PWN, Warszawa 2011, ISBN 978-83-01-16859-9.

Joanna Zwierzyńska

[Święto Liczby Π 2013]

Zbliża się marzec, a wraz z nim – kolejna, siódma już edycja Święta Liczby Π!

Przypomnijmy, że Święto Liczby Π to dwudniowy festiwal nauk ścisłych, podczas którego pracownicy naukowi oraz studenci Wydzialu Matematyki, Fizyki i Chemii UŚ poprzez szereg wykładów, warsztatów, pokazów i konkursów starają się przekonać uczniów (i nie tylko) z całego Śląska, że nauki ścisłe mogą być ciekawe i zupełnie inne niż w szkole.

Pomysłodawcą przeniesienia amerykańskiej idei Święta Liczby Π na grunt polski jest profesor Maciej Sablik – ówcześnie Dziekan Wydziału, obecnie Dyrektor naszego Instytutu. Tegoroczne obchodzy odbędą się 14 i 15 marca (według notacji amerykańskiej 14 marca to 3/14). Szczegółowy harmonogram pojawi się niebawem na oficjalnej stronie internetowej tego wydarzenia – www.swietopi.pl. Już teraz jednak możemy obiecać, że interesujące dla siebie zajęcia znajdzie zarówno ten, kto szczególnie interesuje się naukami ścisłymi, jak i ten, kto chciałby dopiero odkryć ich urok. Dlatego zachęcamy do przypominania o Święcie Liczby Π znajomym uczniom, nauczycielom, a także wszystkim tym, którzy chcieliby zobaczyć nauki ścisłe od innej strony – podczas Święta Liczby Π każdy jest mile widziany.

O matematyczną stronę Święta Liczby Π jak co roku szczególnie dba Koło Naukowe Matematyków UŚ. Tradycyjnie już planujemy szereg wykładów, warsztatów, konkursów. I jak co roku – gorąco zachęcamy studentów do aktywnego wzięcia udziału w przygotowaniach i przeprowadzeniu festiwalu. Bardzo mile widziana jest każda pomoc; czekamy też na tych, którzy nie mają pomysłu na własną formę warsztatów – bardzo liczymy na wsparcie przy warsztatach już istniejących (zarówno merytoryczne, jak i techniczne). Mile widziani są też ci, którzy chcieliby napisać artykuł do specjalnego wydania [Macierzatora].

Chciałbyś pomóc, ale nie masz pomysłu, jak? To żaden kłopot – z pewnością w jednej z dziesięciu sal warsztatowych znajdzie się dla Ciebie zajęcie. Każdy pomocnik mile widziany!

Tych, którzy chcieliby włączyć się w organizację tegorocznego Święta Liczby Π, proszę o kontakt ze mną, np. na adres joanna@knm.katowice.pl, lub osobiście. Ze swojej strony mogę zapewnić, że daje to zarówno ogromną satysfakcję, jak i spore doświadczenie. Warto!

Joanna Zwierzyńska

[Stopka redakcyjna]

Redaktor naczelna: Joanna Zwierzyńska
Autorzy artykułów: Mateusz Jurczyński, Mateusz Szymański, Joanna Zwierzyńska
Skład i łamanie w LaTeX: Beata Łojan

Kontakt z redakcją bezpośrednio w pokoju KNM (p.524) lub elektronicznie:

macierzator@knm.katowice.pl.

Wszystkie archiwalne numery [Macierzatora] dostępne są również w wydaniu elektronicznym na stronie internetowej KNM UŚ: www.knm.katowice.pl.
Wydanie elektroniczne [Macierzatora] posiada numer ISSN: 2083-9774.

luty 2013